Reiner Guse 11.04.2008	**Entfernungen im Weltall**	Astro- Stammtisch

1. Zehnerpotenzen und Winkel

Zehnerpotenzen:

$1000 = 10^3$ $100000000 = 10^8$ $4{,}73 \cdot 10^6 = 4730000$

Symbol	Vorsilbe	Faktor	Bezeichnung
-	-	1	-
k	Kilo	10^3	Tausend
M	Mega	10^6	Million
G	Giga	10^9	Milliarde (US – engl. billion)
T	Tera	10^{12}	Billion (US – engl. trillion)

Winkel:

Ein Vollkreis hat 360^0, $1^0 = 60'$ (Bogenminuten), $1' = 60''$ (Bogensekunde)
1' entspricht dem Abstand von den Autoscheinwerfern in 300 km Entfernung!

Winkel im Bogenmaß: $\breve{\alpha} = \dfrac{\alpha \cdot 2 \cdot \pi}{360^0}$ α Winkel in ^{0}

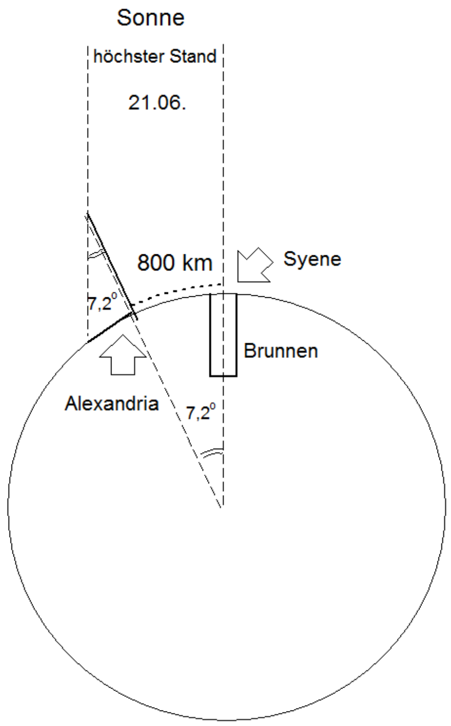
2. Besonderheiten bei Entfernungen im Weltall

- Nur bei geringen Entfernungen (Sonne, Mond, Planeten, nahe Sterne) ist ein direktes Messen mit absoluten Werten möglich. Bei größeren Entfernungen können nur noch relative Angaben gemacht werden. Für unterschiedliche Entfernungsbereiche gibt es verschiedene Methoden. Absolute Entfernungswerte erhält man dann dadurch, dass man durch Überschneidungen die absoluten Werte, die bei geringeren Entfernungen zutreffen, auf die nächst höhere Entfernungsskala überträgt. Dadurch sind alle Entfernungsangaben abhängig von der Genauigkeit der direkten Messungen von geringen Entfernungen. Es gibt ca.30 verschiedene Verfahren zur Entfernungsbestimmung im Weltall.

- Bei sehr großen Entfernungen (ab ca. 10^9 LJ) wirkt sich u. a. die Lichtgeschwindigkeit aus. Man unterscheidet dann zwischen 4 verschiedenen Entfernungen eines Objekts, die alle voneinander verschieden sind:
  Eigendistanz d_E: Entfernung, in der sich das Objekt heute befindet; z. B. Eigendistanz zum Rand des sichtbaren Universums 46 Milliarde Lichtjahre.
  Lichtlaufdistanz d_L: Strecke, die das Licht vom Objekt zu uns zurückgelegt hat; z. B. beträgt die Lichtlaufdistanz zum Rand des sichtbaren Universums 13,7 Milliarde Lichtjahre.
  Helligkeitsdistanz d_{Lum}: Strecke, die das Objekt aufgrund seiner Helligkeit hat ($> d_E$).
  Winkeldistanz d_W: Strecke aufgrund der Winkelgröße des Objektes ($<< d_E$)

3. Schon 250 v. Chr. haben die Griechen astronomische Entfernungen ermittelt!

Bestimmung von Erdumfang und Erddurchmesser



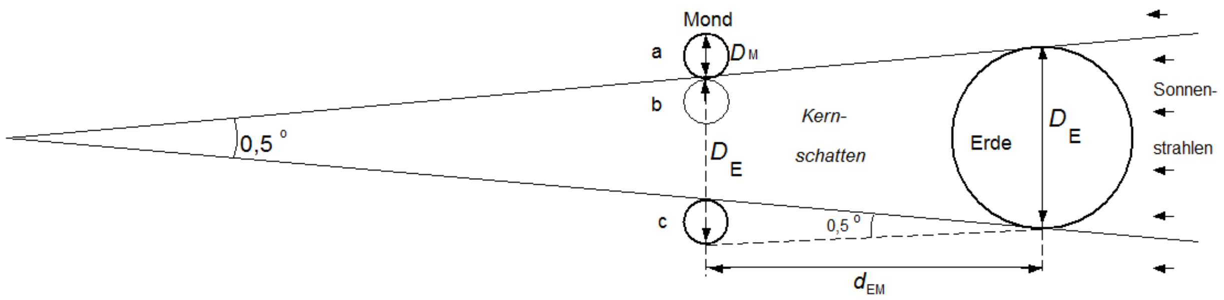
Eratosthenes bestimmte ca. 250 v. Christi den Erdumfang und Erddurchmesser. Er beobachtete die Sonne am 21.06. im Brunnen in Syene und wusste daher, dass sie genau senkrecht über ihm stand. Ein Jahr später beobachtete er im 800 km nördlich gelegenen Alexandria um die gleiche Zeit am 21.06. den Sonnenstand und bestimmte über die Schattenlänge eines senkrecht in den Boden gesteckten Stabes einen Winkel zwischen Sonnenstrahlen und Stab von $7{,}2^0$. Vom Erdmittelpunkt aus gesehen ist das auch der Winkel zwischen Syene und Alexandria (Wechselwinkel). Da dieser Winkel der Entfernung von 800 km entpricht, erhält man den Erdumfang U_E durch Umrechnung auf 360^0.

$$U_E = \frac{800\text{km} \cdot 360^0}{7{,}2^0} = 40000\text{km}$$

Für den Durchmesser D_E ergibt sich dann:

$$D_E = \frac{U_E}{\pi} = \frac{40000\text{km}}{\pi} = 12730\text{km}$$

Bestimmung von Monddurchmesser und Mondentfernung



Aristarch bestimmte mit Hilfe einer Mondfinsternis mit zentralem Verlauf zunächst den Monddurchmesser D_M. Man hatte bereits festgestellt, dass sowohl der Mond als auch die Sonne von der Erde aus unter einem Winkel von 0.5^0 zu sehen sind. Durch Messung der Zeiten zwischen a (Eintritt in den Kernschatten), b (Beginn der totalen Phase) und c (Austritt aus dem Kernschatten) kann man durch einfache Berechnung herausbekommen, um welchen Faktor der Erddurchmesser größer als der Monddurchmesser ist. t_{ab} ist das Maß für den Monddurchmesser, t_{ac} für den Erddurchmesser. Die Werte der Mondfinsternis vom 16.07.2000: $t_{ab} = 65$ min, $t_{ac} = 3$ h 56 min = 236 min. Daraus erhält man:

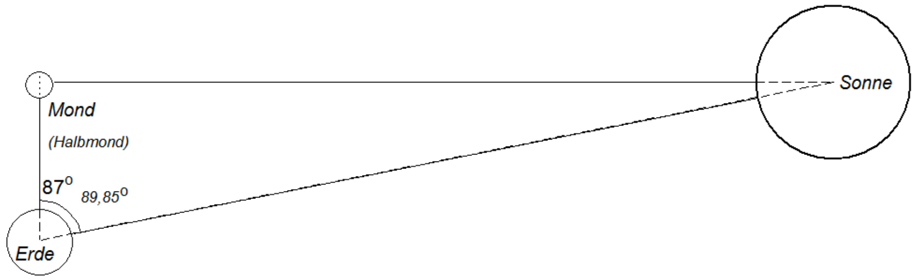
$$\frac{D_E}{D_M} = \frac{t_{ac}}{t_{ab}} = \frac{236\,\text{min}}{65\,\text{min}} = 3{,}63 \qquad D_M = \frac{D_E}{3{,}63} = \frac{12730\text{km}}{3{,}63} = 3500\text{km}(3476\text{km})$$

Mit Hilfe des Winkels von $\alpha = 0{,}5^0$ unter dem man den Monddurchmesser sieht, kann man die Entfernung d_{EM} zum Mond berechnen (Formel für kleine Winkel):

$$\hat{\alpha} = \frac{D_M}{d_{EM}} \quad > \quad d_{EM} = \frac{D_M}{\hat{\alpha}} = \frac{3500\text{km} \cdot 360}{0{,}5 \cdot 2 \cdot \pi} = 401000\text{km}$$

Bestimmung von Sonnenentfernung und Sonnendurchmesser

Mit der ermittelten Mondentfernung bestimmte Aristarch anschließend die Entfernung der Sonne. Dazu maß er bei Halbmond den Winkel



zwischen Sonne und Erde und berechnete mit einem Winkel von 87^0 den Abstand zur Sonne. Da die Winkelermittlung sehr ungenau war (87^0 anstelle $89{,}85^0$) war der ermittelte Abstand von 7,4 Millionen km (gegenüber 150 Millionen) viel zu gering; aber man hatte zumindest festgestellt, dass die Sonne wesentlich weiter entfernt als der Mond und auch wesentlich größer als die Erde ist.

Die Griechen und das heliozentrische Weltbild

Aristarch hatte schon folgende Erkenntnisse

- Die Erde ist eine Kugel.
- Der Mond dreht sich um die Erde.
- Die Erde und alle Planeten drehen sich um die Sonne.
- Die Sonne ist im Mittelpunkt dieses Systems.

Diese Annahmen waren alle richtig, das heliozentrische Weltbild konnte sich aber erst im 16. Jahrhundert nach Christi durchsetzen, bis dahin galt das geozentrische Modell (Ptolemäische Weltbild) mit der Erde im Zentrum, da

- offensichtlich alles von der Erde angezogen wurde,
- man die Bewegung der Erde um die Sonne nicht wahrnahm,
- keine Sternparallaxen festzustellen waren.

Erst Kopernikus griff das richtige heliozentrische System 1543 wieder auf.

4. Maßeinheiten für größere Entfernungen

Die Astronomische Einheit

Um insbesondere bessere Vorstellungen und Vergleiche in unserem Planetensystem zu haben, wurde die „Astronomische Einheit“ (AE) eingeführt.

Eine Astronomische Einheit ist die mittlere Entfernung der Erde um die Sonne, das sind 149 597 870 km bzw. ca. 150 Millionen km.

Damit lässt sich unser Planetensystem gut veranschaulichen: Die Erde ist 1 AE von der Sonne entfernt, Jupiter 5 AE von ihr, d. h. 5 mal weiter usw.

Jetzt lassen wir unser Planetensystem auf einen Durchmesser von ca. 10 m zusammenschrumpfen und packen es in einen Klassenraum. Maßstab 1 : 10^{12}. Sonne: Stecknadelkopf, Erde Staubkorn in 15 cm Abstand, Jupiter: Sandkorn in 1 m Abstand. Wir entfernen uns aus dem Zimmer. Nach welcher Entfernung treffen wir auf die nächste Sonne (Stern)? Nach 40 km treffen wir auf Proxima Centauri. Das sind $40{,}09 \cdot 10^{12}$ km bzw. 40,09 Billionen km oder 268 000 AE.

Das Lichtjahr

Das Licht legt im Vakuum ca. 300 000 km pro Sekunde zurück.

1 Lichtjahr (LJ oder ly) ist die Entfernung, die das Licht im Vakuum in einem Jahr zurücklegt, das sind $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km bzw. 9,46 Billionen km.

Das Lichtjahr ist eine geeignete Größe, da man es auch in Tage, Stunden und Minuten unterteilen kann und von diesen Größenordnungen eine Vorstellung hat. Z. B. die Sonne ist 8 Lichtminuten von uns entfernt, der nächste Stern 4,22 Lichtjahre.

5. Die Parallaxe – sie ermöglicht Entfernungsbestimmungen bis zu einigen 100 Lichtjahren

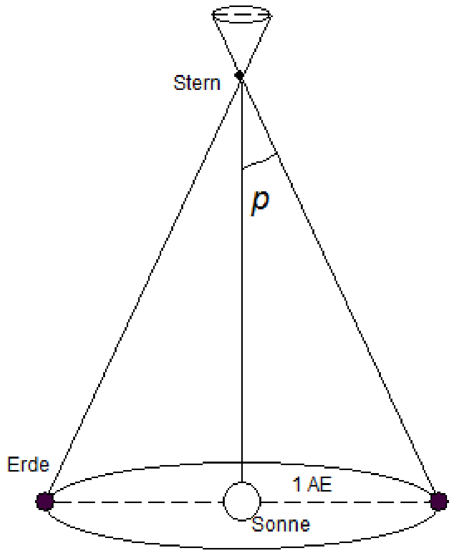
Was ist eine Parallaxe?

Dazu strecken wir unseren rechten Arm mit nach oben gerichtetem Daumen aus und beobachten den Daumen mit abwechselnd rechtem und linkem geschlossenen Auge. Wir bemerken, dass der Daumen gegenüber dem weiter entfernten Hintergrund hin – und her springt bzw. sich verschiebt.

Die Parallaxe ist die Verschiebung der Position eines Objekts durch Beobachtung von verschiedenen Punkten aus.

Die jährliche Parallaxe eines Sterns

Betrachtet man einen nahen Stern z. B. im Sommer am Himmel und anschließend ein halbes Jahr später im Winter, dann müsste sich der Stern gegenüber dem Hintergrund z. B. gegenüber einem weit entfernten Objekt (Stern, Galaxie, Quasar) verschoben haben. Die Winkeländerung (2*p*), die man von der Erde aus misst, ist doppelt so groß wie der Winkel, unter dem man vom Stern aus den Radius der Erdbahn um die Sonne (eine AE) sieht. Man nennt den Winkel jährliche Parallaxe *p* (auch π). Erst Bessel hat 1838 die erste Fixsternparallaxe an 61 Cygni bestimmt, da aufgrund der großen Entfernungen der Sterne die Winkel sehr klein sind. Bessel hat mit einem Heliometer (historisches Winkelmessgerät) einen Wert von 0,31’’ gemessen (genauer Wert 0,287’’), das entspricht in etwa einem Winkel, unter dem man die Autoscheinwerfer eines PKWs in 900 km Entfernung sieht.



Die Parallaxe führte zu einer neuen Maßeinheit

Wenn von einem Stern der Abstand Erde-Sonne, d. h. eine Astronomische Einheit, unter einem Winkel von *p* = 1’’ erscheint, dann beträgt seine Entfernung 1 Parsec, abgekürzt 1 pc.

Aufgrund dieser Festlegung lässt sich mit *p* die Entfernung leicht ausrechnen:

$\boxed{d_{pc} = \frac{1}{p_{''}}}$ oder $\boxed{d_{LJ} = \frac{3{,}26}{p_{''}}}$

d_{pc} ist die Entfernung in pc,
d_{LJ} ist die Entfernung in Lichtjahren
$p_{''}$ ist der Winkel in ’’ (Bogensekunden)

$$\boxed{1\text{pc} = 3{,}26\text{LJ}}$$

Durch die Parallaxenmessung wurden bis heute vom Boden aus Sterne bis zu ca. 100 pc (ca. 300 LJ) und vom Satelliten Hipparcos (**Hi**gh **P**recision **Par**allax **Co**llecting **S**atellite, 1989 bis 1993) ca. 100 000 Sterne mit Entfernungen bis annähernd 1000 pc (ca. 0,001’’). Geplant ist ein Projekt GAIA (Satellit, 2012) mit nochmals 100mal höherer Genauigkeit. Die Winkel werden mit Hilfe von Aufnahmen (früher Foto, heute CCD) ermittelt. Fehler werden vom Boden aus insbesondere durch die atmosphärischen Einflüsse (Luftbewegung, Refraktion, Aberration) verursacht und außerdem durch Eigenbewegungen der Sterne. Die Entfernungsbestimmung durch Parallaxen ist das einzige Verfahren, dass wirklich absolute Entfernungen liefert. Sie ist daher Grundlage aller weiteren kosmischen Entfernungsbestimmungen!

Beispiele:

Stern	Parallaxe	Entfernung
α Centauri	0,742’’	1,35 pc = 4,4 LJ
Vega	0,262’’	8,0 pc = 26 LJ
Rigel	0,004’’	250 pc = 815 LJ

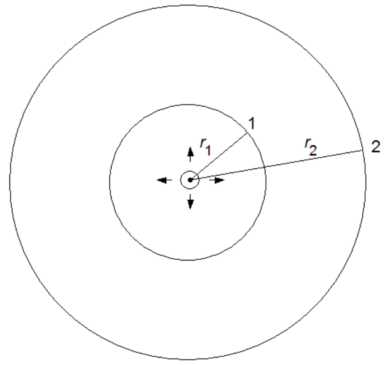
6. Tiefer ins Weltall mit Standardkerzen

Prinzip des Verfahrens

Die Helligkeit einer Lichtquelle, wie sie von einem Beobachter wahrgenommen wird, nennen wir „scheinbare Helligkeit“ und sie ist von zwei Dingen abhängig

- der Strahlungsstärke (phys. Bez.: Strahlungsstrom) der Quelle (z. B. ist die Strahlungsstärke des Standlichtes bei einem Kraftfahrzeug geringer als die des Fernlichtes)
- der Entfernung, in der ich mich zur Lichtquelle befinde (z. B. erscheint eine Quelle mit gleicher Strahlungsstärke aus größerer Entfernung betrachtet nicht so hell)

Dabei gilt folgende Gesetzmäßigkeit:



Die scheinbare Helligkeit einer Lichtquelle nimmt mit dem Quadrat des Abstandes zu ihr ab. Z. B.: Eine Lichtquelle erscheint in 10m Entfernung 4mal heller als in 20m Entfernung.

Geht man von einer punktförmigen Lichtquelle aus, die wie z. B. ein Fixstern nach allen Seiten strahlt (s. rechte Skizze), dann verteilt sich beim Entfernen von der Quelle die gesamte Leuchtkraft L (ausgestrahlte Energie pro Zeiteinheit) auf die entsprechenden Kugeloberflächen. Der Strahlungsstrom S_1 an der Stelle 1 beträgt dann:

$S_1 = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot r_1^2}$ und an der Stelle 2: $S_2 = \frac{L}{4 \cdot \pi \cdot r_2^2}$ > $\frac{S_1}{S_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$

Sind also die Helligkeit (Strahlungsstrom) und der Abstand an Stelle 1 bekannt, dann kann die Entfernung zur Stelle 2 berechnet werden, wenn die Helligkeit an der Stelle 2 bestimmt wurde. Nach diesem Verfahren werden u. a. Entfernungsbestimmungen mit Standardkerzen realisiert.

Das Magnitudensystem als Angabe für die Helligkeit

In der Astronomie hat sich neben der physikalischen Größe „Strahlungsstrom“ für die Helligkeit ein besonderes Maßsystem aufgrund der historischen Entwicklung herausgebildet. Leider wird dieses unlogische System mit gravierenden Nachteilen bis heute verwendet. Es basiert darauf, dass man 6 Größenklassen eingeführt hat, wobei die Sterne 1. Größe die hellsten und die 6. Größe visuell ohne Hilfsmittel die schwächsten sein sollen. Dieses System hat folgende (leider größtenteils weniger gute) Eigenschaften:

- Je größer der Zahlenwert, desto leuchtschwächer das Objekt, wobei es auch negative Werte gibt.
- Die Werte haben keine Maßeinheit. Damit man erkennen kann, dass es sich bei der Zahl um eine Größenklasse handelt, wird der Zahl ein hochgestelltes m oder „mag“ angehängt.
- Wega wurde die Helligkeit 0 mag zugeschrieben.
- Die Stufen sind logarithmisch (Zehnerlogarithmus) aufgebaut (das macht Sinn)

Daraus ergeben sich folgende mathematische Zusammenhänge:

$\boxed{m_1 - m_2 = -2{,}5 \cdot \lg \frac{S_1}{S_2}}$ $\boxed{\frac{S_1}{S_2} = 10^{-0{,}4 \cdot (m_1 - m_2)}}$

$m_1 - m_2$ Magnitudendifferenz der Sterne 1 und 2
S_1 Strahlungsstrom Stern 1
S_2 Strahlungsstrom Stern 2

Die absolute Helligkeit von Objekten

Um die Helligkeit von Objekten unabhängig von der Entfernung vergleichen zu können, wurde die absolute Helligkeit eingeführt. Sie eignet sich dann auch für Entfernungsberechnungen.

Die absolute Helligkeit eines Objekts ist seine scheinbare Helligkeit, die es in einer Entfernung von 10 pc bzw. 32,6 LJ hätte. Für sie wird der Großbuchstabe M verwendet.

Damit und mit den mathematischen Zusammenhängen auf diesem Blatt, ergibt sich zur Entfernungsberechnung bei bekannter absoluten und scheinbaren Helligkeit eines Objekts:

$\boxed{d = 10^{0{,}2(m - M + 5)}}$

d Entfernung in pc;
m scheinbare Helligkeit in mag; M absolute Helligkeit in mag

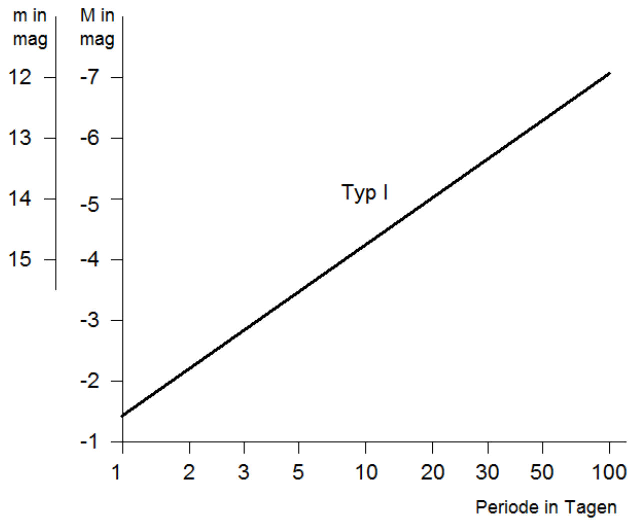
Was sind Standardkerzen?

Wie aus der letzten Formel hervorgeht, kann man die Entfernung eines Objekts berechnen, wenn man seine absolute und scheinbare Helligkeit kennt. Die scheinbare Helligkeit kann ich messen, z. B. durch die Auswertung des abgebildeten Objekts auf einer CCD Aufnahme.

Die absolute Helligkeit muss man auf anderen Wegen herausbekommen. Dazu eignen sich Standardkerzen.

Standardkerzen sind Objekte (z. B. Sterne), deren absolute Helligkeiten durch Beobachtungen auf besonderem Wege erschlossen werden können.
Wichtige Standardkerzen sind ***Cepheiden*** und ***Supernovae Typ Ia***

Entfernungsbestimmungen mit Cepheiden



Cepheiden sind Sterne, deren Helligkeit periodisch schwankt. Die Perioden sind je nach Stern unterschiedlich und bewegen sich zwischen wenigen und 100 Tagen. Durch Beobachtungen in den Magellanschen Wolken fand man heraus, dass die Helligkeit abhängig von der Periodendauer P ist, je länger die Periode desto heller der Stern. Bei logarithmischer Darstellung ergibt sich sogar ein linearer Zusammenhang (s. Skizze). Zunächst hatte man nur die scheinbare Helligkeit m (s. linke senkrechte Achse) von ca. 12 mag bis 15 mag ermittelt. Um die absoluten Helligkeiten zu erhalten, musste man die Entfernungen naher Cepheiden durch z. B. Parallaxemessungen bestimmen und die Skala kalibrieren (s. rechte Achse).

Da der nächste Cepheide ca. 400 Lj entfernt ist (Polaris, p = 0,00765'', P = 3,97 d), war eine genaue Kalibrierung durch Parallaxenmessung erst später (1957 noch sehr ungenau 0,006'', in den 90iger Jahren durch Hipparcos genauer) möglich. Danach konnten die Entfernung mit Hilfe der Cepheiden genauer bestimmt werden, wenn die Periodendauer und scheinbare Helligkeit bekannt ist.

Beispiel: 1993 wurden ca. 30 Cepheiden in der Galaxie M81 durch das Hubble Teleskop ausgewertet. C 29 hatte folgende Daten: Periodendauer P 30 Tage, scheinbare Helligkeit m 22,0 mag. Für 30 d liefert die Kurve (oben) M = -5,7 mag. Daraus erhält man für die Entfernung d:

$$d = 10^{0,2(m-M+5)} = 10^{0,2(22+5,7+5)} = 10^{6,54} = 3{,}46 \cdot 10^{6}\,\mathrm{pc} = 11{,}3 \cdot 10^{6}\,\mathrm{Lj} = 11{,}3\ \text{Millionen Lichtjahre}$$

Hubble hat 1924 Cepheiden im Andromedanebel entdeckt und mit der Entfernungsbestimmung nachgewiesen, dass der Andromedanebel eine eigene Galaxie ist. Mit Hilfe der Cepheiden können Entfernungen bis ca. 50 Millionen Lichtjahre ermittelt werden.

Supernovae Typ Ia

Ein Supernova Typ Ia entsteht in einem Doppelsternsystem in dem ein weißer Zwerg durch Massezuwachs explodiert. Dabei ist die absolute Helligkeit jedes Mal in etwa gleich groß und beträgt ca. M = -19,5 mag. Damit lassen sich Entfernungen bestimmen bis ca. 10 Milliarde LJ.

7. Vergleich der Messverfahren

Hätte der sichtbare Teil des Universums etwa die Ausdehnung (Lichtlaufdistanz) von Deutschland, dann würden wir Entfernungen

- mit dem Parallaxeverfahren 13 cm weit,
- mit den Cepheiden 2 km weit
- und mit den Supernovae Typ Ia 400 km weit

messen können.